1. Gleichungen der Parabeln:

unten: $y = -x^2$

Nach unten geöffnet $\Rightarrow$ Minus vor $x^2$

Scheitelpunkt im Ursprung des KS, also sind b und c (in der Form $y = ax^2 + bx + c$) beide 0.

Für $x = 1$ und $x = -1$ geht die Parabel durch $y = -1$, es ist also eine nach unten geöffnete Normalparabel, daher: $y = -x^2$

oben: Ebenfalls Normalparabel, aber nach oben geöffnet und der Scheitelpunkt liegt bei (0/1).

Daher: $y = x^2 + 1$

2. Gleichung der Tangente: $y = m \cdot x + n$

Es sieht so aus, als ob die Gerade die y-Achse bei $y = \frac{1}{2}$ schneidet. Durch Überlegung kann man begründen, daß die Gerade die y-Achse in der Mitte zwischen beiden Scheitelpunkten schneiden muss, also tatsächlich bei $y = \frac{1}{2}$.

Unsere Tangente hat also die Gleichung $y = m \cdot x + \frac{1}{2}$

Aber wie groß ist m? Wir setzen Parabel und Gerade gleich:

$$x^2 + 1 = mx + \frac{1}{2} \quad \Big| -\frac{1}{2}$$

$$x^2 + \frac{1}{2} = mx \quad | -mx$$

$$x^2 - mx + \frac{1}{2} = 0 \quad | \text{ p/q-Formel}$$

$$x = -\frac{-m}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}} \; *$$

$$\left(\frac{-m}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{m^2}{4} - \frac{2}{4} = 0 \quad \Big| + \frac{2}{4}$$

$$\frac{m^2}{4} = \frac{2}{4} \quad | \cdot 4$$

$$m^2 = 2$$

$$m = \sqrt{2}$$

* Da unsere Gerade eine Tangente der Parabel ist, darf es <u>nur einen</u> Schnittpunkt geben. Die Wurzel muss also Null werden.

Gleichung der Tangente: $y=\sqrt{2}\cdot x+\frac{1}{2}$

Nun kennen wir m und können bei * weitermachen:

$x_{1/2}=-\frac{-m}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{-m}{2}\right)^2-\frac{1}{2}}$ Unter der Wurzel kommt 0 raus.

$x_{1/2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\pm 0 \Rightarrow x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

in Gleichung einsetzen: $y=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{1}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}$

$=\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$y=1{,}5 \qquad \Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\middle/\frac{3}{2}\right)$

bzw. $(0{,}707/1{,}5)$

Schnittpunkt d. unteren Parabel mit der Tangente:

$-x^2=\sqrt{2}x+\frac{1}{2} \quad |+x^2$

$0=x^2+\sqrt{2}x+\frac{1}{2} \quad |$ p/q-Formel

$x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\frac{1}{2}}$

$x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\sqrt{\frac{2}{4}-\frac{1}{2}}$

$x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\sqrt{0}$

Wieder ~~nur~~ 1 Lösung,
das sieht gut aus.

Einsetzen: $y=\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{1}{2}$

$y=\frac{\sqrt{2}}{1}\cdot\frac{-\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}$

$y=\frac{-2}{2}+\frac{1}{2}$

$y=-\frac{1}{2} \qquad \Rightarrow B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\middle/-\frac{1}{2}\right)$

$(-0{,}707/-0{,}5)$